Runge–Kutta feladatok

Patay Gergely

2006. július 19.

1. feladat. Oldd meg az $f'(x) = 1 - x, \quad f(0) = 1$ diffegyenletet „kézzel” és numerikusan is, és ábrázold a megoldások különbségét `gnuplot`-tal.

2. feladat. Oldd meg az $x'' + 2\lambda x' + \omega_0^2 x = 0, \quad x(0) = 1,\ x'(0) = 0$ diffegyenletet.

3. feladat. Tanulmányozzuk a kettős inga mozgását. Indítsd el az ingát a $\theta_1 \pm \delta\theta$, $\theta_2 = 0$, $p_i = 0$ kezdőhelyzetből, és ábrázold a $\theta_i(t)$ függvényeket. Milyen $\theta_1(0)$-nál válik „érdekessé” a dolog?

Az inga Hamilton-féle mozgásegyenletei:

$$
\begin{aligned}
\dot\theta_1 &= \frac{p_1 - p_2\cos(\theta_1 - \theta_2)}{1 + \sin^2(\theta_1 - \theta_2)} \\
\dot\theta_2 &= \frac{2p_2 - p_1\cos(\theta_1 - \theta_2)}{1 + \sin^2(\theta_1 - \theta_2)} \\
\dot p_1 &= -2g\sin\theta_1 - \frac{p_1 p_2 \sin(\theta_1 - \theta_2)}{1 + \sin^2(\theta_1 - \theta_2)} + C \\
\dot p_2 &= -g\sin\theta_2 + \frac{p_1 p_2 \sin(\theta_1 - \theta_2)}{1 + \sin^2(\theta_1 - \theta_2)} - C, \quad \text{ahol} \\
C &= \frac{p_1^2 + 2p_2^2 - p_1 p_2\cos(\theta_1 - \theta_2)}{2\left(1 + \sin^2(\theta_1 - \theta_2)\right)^2}\sin\left(2(\theta_1 - \theta_2)\right)
\end{aligned}
$$

4. feladat. Töltött részecske sztatikus mágneses térben. $m\vec a = q\vec v \times \vec B(\vec r)$