

Numerikus integrálás

1. Számítsuk ki az e^{-x} függvény integrálját numerikusan a $[0,1]$ és intervallumokon több a következő módszerekkel:
 - a. Trapéz formula
 - b. Simpson formula
 - c. Romberg módszer
 - d. Monte Carlo módszer

(Technikai részletek:

- (i) Lépünk be a terminálon az aunyi06@yifter.elte.hu/num_int/ könyvtárba és futtassuk le *intx2* scriptet.
- (ii) Ábrázoljuk a keletkezett fájlokat (pl. *simpson.txt*, stb.) a következő utasítással, amely az egzakt integrál-értéktől való eltérést ábrázolja:
`plot [:] [] "trapzd.txt" u 2:(abs($3-0.6321205588)) w lp, "simpson.txt" u 2:(abs($3-0.6321205588)) w lp, "romberg.txt" u 2:(abs($3-0.6321205588)) w lp, "open_trapzd.txt" u 2:(abs($3-0.6321205588)) w lp, "open_simpson.txt" u 2:(abs($3-0.6321205588)) w lp, "open_romberg.txt" u 2:(abs($3-0.6321205588)) w lp, "gauss_legendre.txt" u 2:(abs($3-0.6321205588)) w lp, "monte_carlo.txt" u 2:(abs($3-0.6321205588)) w lp`
- (iii) Állítsuk át a koordinátatengelyeket logaritmikus skálára a köv. utasítással: *set logscale xy*, majd ábrázoljuk a görbét újra!
- (iv) Figyeljük meg, hogy a Romberg eljárás konvergál a leggyorsabban, a Monte Carlo pedig a leglassabban és a legnagyobb szórással.
- (v) Állítsunk át *func.c* fájlban a e^{-x} függvényt másra. Majd futtassuk le ismét az *intx2* scriptet, hogy új adatsorokat generáljon. Átállíthatjuk az *intx2* fájlban az integrálási határokat is.
- (vi) Próbáljunk integrálni az integrálási határokon nem értelmezett függvényeket is az *intx* scripttel, amely csak abban különbözik az *intx2*-től, hogy pusztán a nyílt formulákon alapuló eljárásokat használja.

2. Számítsuk ki az $1/x^2$ függvény integrálját az $[1, \infty)$, illetve az $1/\sqrt{x}$ függvényét a $(0,1]$ intervallumon! Milyen eredményt kaptunk volna, ha az $1/x$ függvényt integráltuk volna?

Projektfeladatok:

Projektfeladat (16.): Integráljuk numerikusan az $\sin(1/x)$ függvényt a $(0,1]$ intervallumon!

Projektfeladat (17.): Integráljuk a \mathbb{R}^4 -en az $f(a,b,c,d) = \sin(a)\cos(b)\operatorname{sh}(c)\operatorname{ch}(d)e^{-a^2}e^{-b^4}e^{-c^6}e^{-d^8}$ függvényt!